

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۳/۲۶

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- ۷ و ۱۳ جملات چهارم و ششم الگوی خطی a_n هستند. جمله دهم الگوی درجه دوم $b_n = a_n a_{n+2}$ چه عددی است؟

- (۱) ۱۱۱۵ (۲) ۹۸۵ (۳) ۷۷۵ (۴) ۸۸۵

۲- حداقل مقدار تابع $f(x) = (a-2)x^3 + ax^2 + 4x + b$ برابر ۲ است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶

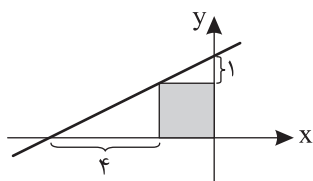
۳- اگر سهمی $f(x) = 2x^2 - 5x - 1$ محور طول‌ها را در نقاطی با طول α و β قطع کند، مقدار $A = \frac{1}{4\alpha^2} - \frac{\alpha}{2\beta}$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{23}{4}$ (۲) $\frac{29}{4}$
 (۳) $\frac{21}{4}$ (۴) $\frac{25}{4}$

۴- حاصل ضرب جواب‌های غیرصفر معادله $\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = 2$ کدام است؟

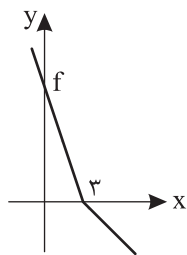
- (۱) -۲ (۲) -۳
 (۳) -۴ (۴) -۶

۵- در شکل زیر، اندازه مساحت مربع چه عددی است؟



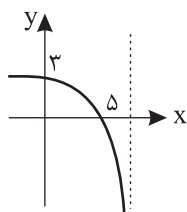
- (۱) ۴
 (۲) ۸
 (۳) ۹
 (۴) ۵

۶- اگر شرط $2f(x) - |f(x)| = -3x + 9$ برای نمودار $y = f(x)$ در شکل زیر برقرار باشد، مقدار $f^{-1}(6) - f^{-1}(-2)$ کدام است؟



- (۱) ۶
 (۲) -۴
 (۳) ۴
 (۴) -۶

۷- نمودار تابع $f(x) = c + \log_4(ax + ab)$ شکل زیر است. مقدار b کدام است؟



(۱) $-\frac{4}{7}$

(۲) -6

(۳) $-\frac{4}{6}$

(۴) -7

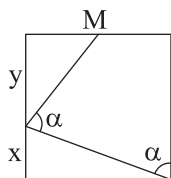
۸- تابع $f(x) = \begin{cases} |2x - \frac{a}{2}| & x \geq 1 \\ ax - 2 & x < 1 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی اکیداً یکنواست. حداکثر $[a]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- هرگاه $4 \cos \alpha + 3 \sin \alpha = 4 \cos \alpha + 3 \sin \alpha$ مقدار $|4 \sin \alpha - 3 \cos \alpha|$ چه عددی است؟ ($\cos \alpha \neq 1$)

(۱) ۱۶ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- اگر M وسط ضلع مربع باشد، مقدار $\frac{y}{x}$ چه عددی است؟



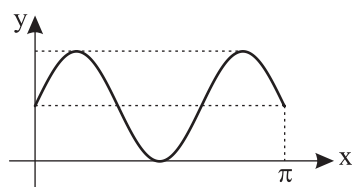
(۱) $\sqrt{3}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\frac{5}{2}$

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin \frac{x}{a}$ به صورت زیر است. مقدار ماکزیمم f کدام است؟



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۲- جمع جواب‌های مشترک $\cos 2x + \sin x = 0$ و $\sin 2x + \cos x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه عددی است؟

- (۱) 4π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۳- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{a + \sqrt{1+bx}} = 9$ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + bx} + ax$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) ۲

۱۴- اگر $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های تابع $y = f(x)$ و $y = f \circ f(x)$ از یکدیگر به چه فاصله‌ای هستند؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۵- اگر تابع $f(x) = (2a^2 - 5a + 2)[2x] + (2a^2 + 3a - 2)[-x]$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۶- هرگاه $f(x) = \frac{3x+1}{2x}$ باشد، مشتق $y = f \circ f'(x^2)$ به ازای $x = 1$ چه عددی است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۷- خط $y = k$ نمودار تابع $y = \frac{1}{8}x^2 - 1$ را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. به طوری که مماس بر نمودار f در نقاط A و B در نقطه M بر

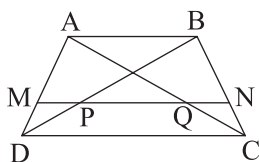
هم عمود هستند. مساحت مثلث AMB چه عددی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۸- تابع $f(x) = (2x - a)^2(x + 2a)$ در $x = -\frac{1}{3}$ جهت تقعرش عوض می‌شود. در کدام بازه نزولی اکید است؟

- (۱) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{6})$ (۲) $(\frac{1}{3}, \frac{5}{6})$ (۳) $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$ (۴) $(-\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$

۱۹- در شکل زیر اگر $3AB = 2DC$ و $BN = 2NC$ باشد، طول پاره خط PQ چند برابر طول قاعده AB است؟



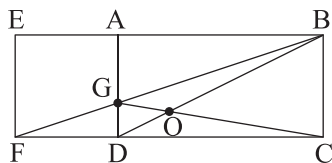
- (۱) $\frac{1}{2}$

- (۲) $\frac{2}{3}$

- (۳) $\frac{3}{4}$

- (۴) ۱

۲۰- در شکل زیر مستطیل ABCD و مربع ADFE در یک ضلع مشترک‌اند. اگر طول مستطیل ABCD دو برابر عرض آن باشد، مساحت



چهارضلعی AEFG چند برابر مساحت مثلث \triangle OCD است؟

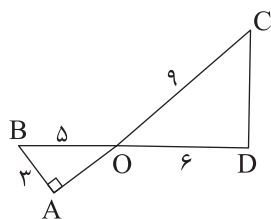
(۱) $\frac{10}{3}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{8}{3}$

(۴) ۵

۲۱- در شکل زیر، مساحت مثلث \triangle OCD چقدر است؟



(۱) ۱۶

(۲) $16/2$

(۳) $16/4$

(۴) $16/5$

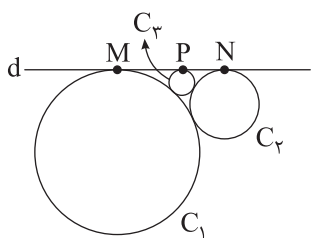
۲۲- اگر خط d با صفحه P موازی باشد، هر صفحه غیرموازی با P و گذرنده از d:

(۱) بر P عمود است. (۲) الزاماً فصل مشترکی با P و عمود بر d دارد.

(۳) بر d عمود است. (۴) الزاماً فصل مشترکی با P و موازی با d دارد.

۲۳- در شکل زیر سه دایره C_1 ، C_2 و C_3 دایره دو بر هم مماس خارج هستند و سه دایره به ترتیب در نقاط M، N و P بر خط d مماس‌اند.

اگر شعاع بزرگ‌ترین دایره ۴ برابر شعاع دایره متوسط باشد، شعاع کوچک‌ترین دایره چه کسری از شعاع بزرگ‌ترین دایره است؟



(۱) $\frac{1}{24}$

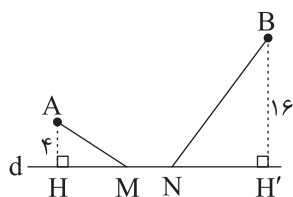
(۲) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۴) $\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

۲۴- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر $HH' = ۴۳$ و کمترین مقدار $AM + MN + NB$ برابر ۴۸ باشد. اندازه MN کدام



است؟

(۱) ۵

(۲) ۵/۵

(۳) ۶

(۴) ۶/۵

۲۵- در مثلث ABC ($\hat{A} = ۱۲۰^\circ$)، عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC یکدیگر را در نقطه P قطع کرده‌اند. اگر فاصله P تا M و N وسط اضلاع

AB و AC به ترتیب ۲ و ۳ واحد باشد، مساحت دایره محیطی مثلث ABC چند برابر مساحت دایره محیطی مثلث MNP است؟

(۱) $\sqrt{۲}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۸

۲۶- ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A + B$ ماتریسی اسکالر و مجموع درایه‌های ماتریس AB، برابر ۶ باشد، آنگاه مجموع

درایه‌های ماتریس BA کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴

(۳) ۶ (۴) ۱۰

۲۷- شعاع دایره‌ای که از نقطه $A(۴, ۵)$ گذشته و در نقطه $B(-۲, ۵)$ بر خط $d: ۲y - ۳x = ۱۶$ مماس باشد، کدام است؟

(۱) $\sqrt{۱۱}$ (۲) $\sqrt{۱۳}$ (۳) $\sqrt{۷}$ (۴) $\sqrt{۱۴}$

۲۸- خط $y = -۱$ محور تقارن یک سهمی است. اگر $A(۰, ۱)$ و $B(۳, ۳)$ نقاط روی سهمی باشند، معادله خط هادی سهمی کدام است؟

(۱) $x = -۱$ (۲) $x = -۲$

(۳) $x = -۳$ (۴) $x = ۰$

۲۹- اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{O}$ ، $|\vec{a}| = ۲\sqrt{۳}$ ، $|\vec{b}| = ۳$ و $|\vec{c} + \vec{d}| = \sqrt{۳۳}$ باشند، آنگاه حاصل $|\vec{a} \times \vec{b}|$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) $۳\sqrt{۱۰}$ (۴) $۶\sqrt{۲}$

۳۰- خط d موازی با محور Oz و گذرنده از نقطه $A(۱, ۲, ۳)$ مفروض است. نقاط M و N را روی این خط در نظر می‌گیریم، اگر اندازه

بردار تفاضل \vec{OM} و \vec{ON} برابر ۲ واحد باشد، مساحت مثلث ساخته شده با رئوس M، O و N کدام است؟

(۱) $\sqrt{۲}$ (۲) $\sqrt{۳}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{۵}$

محل انجام محاسبات

۳۱- از تساوی $(A \cup B)' - C = (A \cup X) - (A \cap C)$ کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

$X \subseteq A \cup (B' \cap C')$ (۲) $X \subseteq A$ (۱)

$X \subseteq A' \cap B' \cap C'$ (۴) $X \subseteq A' \cup B \cup C$ (۳)

۳۲- فرض کنید $X = \{2, 3, 4, \dots, 30\}$ و $A \subseteq X$ چنان باشد که $\frac{a}{y} \in X, ay \in X, y \neq a, a \in A \Leftrightarrow \exists y \neq 0 \in X$ ، مجموعه

A چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟

۶۳ (۲) ۱۲۷ (۱)

۵۱۱ (۴) ۲۵۵ (۳)

۳۳- احمد در جیب خود یک سکه سالم و یک سکه ناسالم (دو طرف شیر) دارد. او یکی از سکه‌ها را به تصادف خارج می‌کند و ۳ بار پرتاب

می‌کند. اگر هر سه بار شیر ظاهر شود، احتمال اینکه سکه سالم را خارج کرده باشد، کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

۳۴- A و B دو پیشامد از فضای نمونه S می‌باشند. اگر $P(A|B) = 0.2$ و $P(B' \cup A) = 0.5$ حاصل $P(B)$ کدام است؟

۰/۶۲۵ (۲) ۰/۶۲ (۱)

۰/۶ (۴) ۰/۶۵ (۳)

۳۵- در جامعه $\{1, 2, 2, 6, 6, 7\}$ احتمال اینکه با نمونه ۴ عضوی، میانگین جامعه را دقیق برآورد کنیم، کدام است؟

$\frac{4}{15}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{15}$ (۱)

۳۶- باقیمانده تقسیم عدد طبیعی a بر عدد اول b ، 14 می‌باشد. در تقسیم a بر $1 - 2b$ خارج قسمت 37 و باقیمانده b می‌باشد. مجموع

ارقام b کدام است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۵ (۲) ۲ (۱)

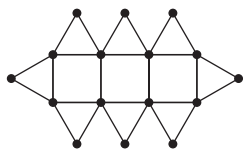
۳۷- در گراف زیر حاصل $\chi(G) - \left[\frac{P}{\Delta + 1} \right]$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)



محل انجام محاسبات

۳۸- معادله $28x + 77y = 2100$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۹- چند تابع پوشا از $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ به $\{1, 2, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع زوج باشد؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۴۰

۴۰- در کیسه‌ای مهره‌ها از ۵ رنگ مختلف و از هر رنگ ۹ مهره، با شماره ۱ تا ۹ وجود دارد. حداقل چند مهره خارج کنیم تا با اطمینان بتوان

حداقل ۳ مهره از سه رنگ مختلف و از یک شماره داشته باشیم؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰